УДК 161.2+165.0
http://doi.org
orsid.org/0000-0003-4367-5326
orsid.org/0000-0002-2912-3384

Людмила Шенгерій, Галина Бойко

ШЕНГЕРІЙ Людмила Миколаївна *– доктор філософських наук, професор, професор кафедри загальнотехнічних дисциплін Полтавської державної аграрної академії. Сфера наукових інтересів – логіка, теорія раціональності, логіко-філософські проблеми математики, аналітика взаємозв'язків логічного та математичного знання.*

БОЙКО Галина Миколаївна *– доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри фізичної реабілітації та фізичного виховання ПІЕП. Сфера наукових інтересів – філософські проблеми спорту високих досягнень.*

Г. В. ЛЯЙБНІЦ: ВІД ДОВЕДЕННЯ ЛОГІЧНИХ ПРАВИЛ І СХЕМ ДО СИМВОЛІЧНОГО ЧИСЛЕННЯ ЛОГІКИ

У статті досліджується логічний доробок Г. В. Ляйбніца з точки зору встановлення взаємозв'язків логічного та математичного знання у напрямку математизації логіки. Показано, що уведення до царини логіки математизованого знання сприяє перетворенню логіки на доказову науку. Аналітичний метод виступає як стрижневий метод доведень. Істинні необхідні висловлювання допускають скінченний аналітичний розклад до тотожностей на відміну від істинних випадкових висловлювань, розклад яких є нескінченим. Математизація логічного знання у працях Г. В. Ляйбніца уможливлюється через встановлення відповідності у вигляді функції між простими категоричними висловлюваннями, їх значеннями істинності та множиною раціональних чисел. Здійснено логіко-математичну реконструкцію числення простих категоричних висловлювань згідно об'єднаної класифікації. Подано авторську інтерпретацію формалізації умов істинності простих категоричних висловлювань, що відкриває нові можливості у сфері досліджень матемізації традиційної та сучасної логіки.

Ключові слова*: матемізація логіки, необхідна і достатня умова істинності висловлювання, числова характеристика висловлювання, числова характеристика терміну висловлювання.*

Г. В. Ляйбніц зробив вагомий внесок у розвиток багатьох галузей знань, як-то правознавство, математика, логіка тощо, завдяки чому у XXI ст. його визнають одним із найвизначніших вчених у історії людства. У цьому дослідженні ми зосередимося на аналізові логічних ідей науковця, що стали фундаментом відкриття початків математичної логіки: «Однак власне математична логіка розпочинається з Г. В. Ляйбніца. Його відношення до логіки є принципово іншим, аніж навіть його безпосередніх попередників – Т. Гоббса, І. Юнга, А. Гейлікса. Г. В. Ляйбніц продумано та цілеспрямовано застосовував математичні методи в логіці та ретельно вибудовував конкретні логічні числення; і саме ця його робота, а не лише формулювання тих чи інших логічних принципів та прихильність до "луллієва мистецтва" дає підстави називати його творцем математичної логіки» [1, с. 42].

Г. В. Ляйбніц у своїх дослідженнях робить значні зусилля по зближенню математики та логіки. Він переконаний, що алгебра запозичує свої переваги у більш високого мистецтва, а саме, в царині справжньої логіки. Але зближення логіки та математики у концепції Ляйбніца відбувається у двох напрямках, це не лише матемізація логіки, але й логізація математики. По-перше, досліджується процес матемізації логіки, оскільки суто математичні форми аргументації у математиці обґрунтовуються за допомогою всезагальних форм логіки. По-друге, Ляйбніц уперше робить спробу арифметизації логічних виводів, співставляючи різноманітні логічні об'єкти та натуральні числа і таким чином намагаючись виявити відповідність між законами логіки та законами чисел [1, с. 51-52]. Іншим шляхом матемізації логіки виступає ідея представлення логічного виводу за зразком алгебраїчного обчислення. «Замість Евклідових аксіом і теорем про величини та пропорції я знайшов інші, набагато важливіші та більш загального застосування: про збіги, відповідності, подібності, детермінанти, про причину і дію, або про потенцію, про відношення в універсумі, про те, що містить і про те, що міститься …» [2, с. 495].

У цій розвідці нас цікавить, насамперед, філософське підґрунтя матемізації логічного знання, опрацьоване Г. В. Ляйбніцем та його реалізація у численні простих категоричних висловлювань. У своїх працях Г.В. Ляйбніц керується принципами, що об'єднують фундаментальні істини, з яких можна отримати будь-які висновки шляхом їх застосування та перетворень [1, с. 97]. Використання вищевказаних принципів спирається на три основні уміння: добре розмірковувати, відкривати нові істини, слушно застосовувати вже відомі знання. Суб'єкт пізнання добре розмірковує, якщо:

- істинним визнає лише настільки очевидне, що не містить навіть будь-якого приводу для сумніву;

- якщо неможливо керуватися лише істинами, на проміжному етапі дослідження допускається спиратися на ймовірності різного степеня. Якщо декілька засновків мають імовірнісний характер, то висновок завжди є менш достовірним, аніж будь-який із засновків;

- для послідовного виведення істин потрібно забезпечити їх неперервне зчеплення : «… як неможливо бути упевненим, що ланцюг витримає, якщо немає впевненості, що кожну його ланку вироблено з добротного матеріалу, що воно охоплює обидві сусідні ланки, якщо невідомо, що цій ланці передує та що за нею слідує, так само неможливо бути упевненим у правильності умовиводу, якщо його матеріал не є добротним, тобто містить у собі дещо сумнівне, чи якщо його форма не являє собою неперервного зв'язку істин, що не містить жодних пустот» [1, с. 98].

Суб'єкт досягає мистецтва відкриття, якщо насамперед:

- оперує дефініціями понять з метою пізнання речей;

- застосовує аналіз або «поділ утруднення на декілька частин»;

- досконале пізнання будь-якої речі досягається у кінцевій точці аналізу, тобто тоді, коли проаналізовані реквізити, що входять у розгляд деяких речей, що не мають реквізитів і можуть осягатися самі собою. До царини відкриття не належить усе те, що є фактично істинним і залежить від фортуни чи випадку.

Аналітика є однією з двох основних складових мистецтва відкриття, що забезпечує розв'язування поставлених за допомогою комбінаторики (синтезу – Л.Ш.) запитань. Аналітика визначається як досить надійне дослідження, в якому розкладається на частини сам предмет дослідження з максимально можливою точністю, враховуючи положення, зв'язки, форму частин і частин у частинах.

Г. В. Ляйбніц приділяє особливу увагу аналізові доведень, оскільки вважає, що наукові положення вимагають логічного доведення [1, с. 51]. Виключеннями з цього загального правила є, на його думку, тотожні висловлювання та очевидні істини емпіричного знання, що не потребують доведення. Вчений визначає строге доведення як таке, що має визначену логікою форму. У процесі доведення науковець послуговується системою двох принципів:

- хибним є те, що приводить до протиріччя;

- для будь-якої нетотожної та небезпосередньої істини може бути надана підстава: «поняття предиката завжди міститься у понятті свого суб'єкта чи явно, чи імпліцитно, і це має місце не менше у зовнішніх позначеннях, ніж у внутрішніх, не менше у істинах випадкових, аніж у необхідних» [2, с. 496].

Має пізнавальну цінність класифікація необхідних і випадкових істин і вказівка на суттєву різницю між ними на підставі виводу за аналогією: «Відмінність між істинами необхідними і випадковими насправді та ж сама, що й між співмірними і несумірними числами: як у співмірних числах можливим є розклад до загальної міри, так і в необхідних істинах має місце доведення, чи редукція до тотожних істин. І як в ірраціональних відношеннях розклад прямує до нескінченності, хоч і наближається так чи інакше до загальної міри, утворюючи при цьому деякі нескінченні ряди, – так само у силу того самого процесу випадкові істини потребують нескінченного аналізу» [2, с. 496]. Будь-яка істина аналізу, що не може бути сприйнятою та доведеною зі своїх підстав, не є необхідною, а значить, є випадковою, або істиною факту. Це твердження науковець уважає стрижнем поняття випадковості.

У царині геометрії істинним визнається лише те, що підтверджено ретельним досвідом і строгим доведенням. Вибудовується ієрархія наук, в якій теорії доведень відводиться переважна роль: «Сила і необхідність істини, що називається доведенням, підноситься над числами і фігурами, уподібнюючись … світлу» [3, с. 402-403]. Науковець стверджує, що беззаперечною та ефективною є не лише істина, що пов’язана з математикою, але існує деяка всезагальна наука (логіка як теорія доведень – Л.Ш.), що перевершує і алгебру, і геометрію та від якої ці науки беруть усе те, що є в них найпрекраснішого, та завдяки саме якій розсуваються горизонти арифметики та геометрії. Спираючись на теорію доведень, уможливлюються відкриття та доведення будь-яких інших знань на підставі «достатніх даних» . Поняття «дані, що є достатніми для істин, що встановлюються» визначаються Ляйбніцем як принципи, що є очевидними, і з яких без будь-яких додаткових припущень виводиться об’єкт розмірковування. Достатніми принципами для виведення деякої істини *D* є множина істин *A, B, C*, якщо:

- *A, B, C* є незалежними попарно, у сукупності та від будь-яких інших істин у межах існуючої системи знання;
- жодна з цих істин не може бути відкинута без шкоди для виводу, тобто з будь-яких двох істин *D* необхідно не виводиться;
- якщо жодна інша істина, окрім *A, B, C* не є необхідною для виводу *D* [4, с. 439-440].

Якщо задано координати трьох точок *A, B, C* на площині, що не належать одній прямій, то ці дані утворюють систему достатніх принципів для детермінованого знаходження координат центру кола, що проходить через задані точки. Неявним засновком для такого виводу є доведене в геометрії твердження про те, що через будь-які три точки площини, що не належать прямій, можна провести коло, до того ж єдине.

Аристотель першим виклав логіку у формі деякого математизованого знання, і саме завдяки цьому логіка стає доказовою цариною. Розширити границі відомого знання, на думку Г. В. Ляйбніца, можна, якщо дотримуватися логічних форм доведення, приймаючи за істинне лише те, що отримало експериментальне підтвердження (підхід згідно класичної раціональності – Л.Ш.) або у правильно побудованих доведеннях. Будь-який вивід, в якому висновок робимо на підставі лише самої його форми, та якщо він дозволяє завжди отримати істинний результат незалежно від конкретних нелогічних термінів, має правильну логічну форму. Довести висловлювання означає зробити явним, що предикат або консеквент міститься в антецеденті чи суб'єкті шляхом розкладу термінів на еквівалентні. Доведення будь-якої аналітичної істини можна представити за допомогою чисел.

Науковець обирає аналітичний метод в якості стрижневого методу доведень: розкладаємо висловлювання на терміни, потім кожен термін розкладаємо на терміни, що є його складниками до тих пір, поки за допомогою визначень не отримуємо тотожність або протиріччя. Виокремлюється така класифікація висловлювань: істинні необхідні висловлювання, істинні випадкові висловлювання, хибні висловлювання. Істинні необхідні висловлювання елімінуються до тотожних висловлювань, що їх Г. В. Ляйбніц називає «самоочевидними першими істинами». Істинні випадкові висловлювання не можуть зводитися до тотожностей, оскільки їх аналітичний розклад є нескінченним і лише асимптотично може наближатися до тотожних висловлювань. Хибні висловлювання зводяться до логічних протиріч. Науковець використовує наступну дефініцію хибного висловлювання: «Хибним визначається висловлювання, істинність якого неможливо довести». Але чи є істинним будь-яке висловлювання, хибність якого неможливо довести? Чи є хибним усе те, істинність чого неможливо довести? Яку модальність слід приписати висловлюванню, стосовно якого неможливо довести ані істинність, ані хибність? Зв'язок між достовірним і ймовірним знанням встановлюється таким чином. Якщо ми працюємо з деякими об'єктами, стосовно яких відсутнє достовірне знання, то необхідним є достовірне знання про те, що деяке висловлювання є імовірним. Тому деякі висловлювання є істинними у силу істинності, а інші – у силу ймовірності до тих пір, поки не доведено їх хибність.

Учений переконаний, що «Бог створив усе відповідно до ваги, міри та числа» [5, с. 412], причому саме число є дійсно універсальною характеристикою будь-чого. Тому число є «метафізичною фігурою», а арифметика – це статика універсуму. На його думку, будь-якій речі може бути поставлене у відповідність власне характеристичне число.

Розмірковуючи про обґрунтування будь-чого, Г. В. Ляйбніц апелює до «всезагальної математики», завдяки якій визначаються величини (кількісні характеристики – Л.Ш.) або подібності (якісні характеристики – Л.Ш.). Саме всезагальна математики є ключем побудови різноманітних числових числень, «визначених», що їх вивчає арифметика та «невизначених», що є предметом вивчення алгебри.

Проаналізуємо більш докладно підґрунтя процесу матемізації логіки в працях Г. В. Ляйбніца [6]. На підставі деякої системи правил встановимо відповідність як деяку функцію між простими категоричними висловлюваннями, їх значеннями істинності та множиною раціональних чисел. Будь-якому терміну *A*, тобто суб'єкту чи предикату висловлювання, ставиться у відповідність характеристика – певне число $\tilde{N}har_{\grave{A}} = k$ згідно наступного правила: терміну, що складається з декількох інших термінів $B \quad (Char_B = n);\quad C \quad (Char_C = m)$, відповідає число, що дорівнює добутку чисел кожного з цих термінів, тобто

$$\cdot \qquad Char_A = Char_B \cdot Char_C = n \cdot m$$

Якщо у структурі терміну *A* можна виокремити терміни *B*, $Char_B = 7$ і *C*, $Char_C = 3$, то терміну *A* відповідає числова характеристика $Char_A = 7 \cdot 3 = 21$.

Система правил застосування «характерів», у нашому випадку – чисел для простих висловлювань об'єднаної класифікації є такою:

- Якщо загальностверде висловлювання є істинним, то число суб'єкта $Char_S = n$ має бути кратним числу предиката $Char_P = m$ (поділятися без остачі на *m*), тобто

$$(SaP - \text{ істинне}) \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{Char_S}{Char_P} = \dfrac{n}{m} \in N \\ \mathrm{n} = \lambda \cdot \mathrm{m} \end{array}\right. ,(1)$$

де $\lambda \in N$ – коефіцієнт пропорційності.

- Якщо частковостверде висловлювання є істинним, то число суб'єкта *n* ділиться на число предиката *m*, або число предиката *m* ділиться на число суб'єкта *n*, тобто

$$(SiP-\text{ істинне}) \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{n}{m} \in N \\ \mathrm{n} = \lambda_1 \cdot \mathrm{m} \\ \dfrac{m}{n} \in N \\ \mathrm{m} = \lambda_2 \cdot n \end{array}\right. ,(2)$$

де $\begin{cases} \lambda_1 \in N \\ \lambda_2 \in N \end{cases}$ – коефіцієнти пропорційності.

- Якщо загальнозаперечне висловлювання істинне, то з необхідністю ані число суб'єкта *n* не ділиться на число предиката *m*, ані число предиката *m* не ділиться на число суб'єкта *n*, тобто

$$(SeP-\text{ істинне}) \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{n}{m} \notin N \\ \mathrm{n} \neq \lambda_1 \cdot \mathrm{m} \\ \dfrac{m}{n} \notin N \\ \mathrm{m} \neq \lambda_2 \cdot n \end{array}\right. ,(3)$$

де $\begin{cases} \lambda_1 \in N \\ \lambda_2 \in N \end{cases}$ – коефіцієнти пропорційності.

- Якщо частковозаперечне висловлювання істинне, то необхідно число суб'єкта *n* не ділиться на число предиката *m*, тобто

$$(SoP-\text{ істинне}) \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{n}{m} \notin N \\ \mathrm{n} \neq \lambda \cdot \mathrm{m} \end{array}\right. ,(4)$$

де $\lambda \in N$ – коефіцієнт пропорційності.

Якщо число *n* ділиться націло на *m*, то дріб $\dfrac{n}{m}$ допускає скорочення до вигляду $\dfrac{n'}{1}$, тобто $\dfrac{n}{m} = \dfrac{n'}{1}$. Це дозволяє приписати термінам висловлювань інші числові характеристики: суб'єкту – число *n'*, а предикату – 1.

Тоді умова істинності загальноствердних висловлювань (1) набуває вигляду:

$$(SaP - \text{істинне}) \leftrightarrow \quad \frac{Char_S}{Char_P} = \frac{n'}{1} \in N, (1'),$$

$$(SaP - \text{істинне}) \leftrightarrow \quad Char_P = 1 \qquad ,(1'').$$

Отже, загальноствердне висловлювання є істинним тоді і тільки тоді, якщо характеристика предиката дорівнює 1.

Умова істинності частковоствердних висловлювань (2) набуває вигляду

$$(SiP - \text{істинне}) \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{Char_S}{Char_P} = \dfrac{n'}{1} \in N \\ \dfrac{Char_Ð}{Char_S} = \dfrac{m'}{1} \in N \end{array}\right. \quad (2'),$$

$$(SiP - \text{істинне}) \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} Char_S = 1 \\ Char_Ð = 1 \end{array}\right. \quad .(2'')$$

Якщо число *n* не ділиться націло на *m*, то дріб $\frac{n}{m}$ допускає скорочення до вигляду $\frac{n'}{m'}$, тобто $\frac{n}{m} = \frac{n'}{m'}$, де *n’* та *m’* – взаємно прості числа, причому знаменник відмінний від одиниці $m \neq 1$. Це дозволяє приписати термінам висловлювань інші числові характеристики: суб’єкту – число *n’*, а предикату – *m’*.

Умова істинності загальнозаперечних висловлювань (3) після еквівалентних перетворень набуває вигляду

$$(SeP - \ \text{істинне}) \leftrightarrow \begin{cases} n' \neq 1 \\ m' \neq 1 \end{cases} .(3')$$

Умова істинності частковозаперечних висловлювань (4) після еквівалентних перетворень набуває вигляду

$$(SoP - \ \text{істинне}) \leftrightarrow \quad m' \neq 1 \ .(4')$$

Якщо встановлено необхідні та достатні умови істинності простих категоричних висловлювань, то також детерміновано визначено й умови хибності відповідних висловлювань, оскільки в умовах двозначної логіки усе, що не є істинним, є хибним.

У результаті логіко-математичної реконструкції числення простих категоричних висловлювань Г. В. Ляйбніца можна зробити наступні висновки:

1. Уведення до царини логіки математизованого знання сприяє перетворенню логіки на доказову науку.

2. Аналітичний метод виступає як стрижневий метод доведень. Істинні необхідні висловлювання допускають скінченний аналітичний розклад до тотожностей на відміну від істинних випадкових висловлювань, розклад яких є нескінченим.

3. Математизація логічного знання у працях Г. В. Ляйбніца уможливлюється через встановлення відповідності у вигляді функції між простими категоричними висловлюваннями, їх значеннями істинності та множиною раціональних чисел.

Література

1. Субботин А. Л. Логические труды Лейбница / А. Л. Субботин // Лейбниц. Сочинения в 4-х т. – Т. 3. – С. 41-53.

2. Лейбниц Г. В. Об универсальной науке или философском исчислении / Г. В. Лейбниц // Лейбниц Г. В. Сочинения в 4-х т. – Т. 3. – С. 493-500.

3. Лейбниц Г. В. Вильгельма Пацидия Лейбница Аврора… / Г. В. Лейбниц // Лейбниц Г. В. Сочинения в 4-х т. – Т. 3. – С. 401-403.

4. Лейбниц Г. В. Начала и образцы всеобщей науки / Г. В. Лейбниц // Лейбниц Г. В. Сочинения в 4-х т. – Т. 3. – С. 435-443.

5. Лейбниц Г. В. История идеи универсальной характеристики / Г. В. Лейбниц // Лейбниц Г. В. Сочинения в 4-х т. – Т. 3. – С. 412-418.

6. Лейбниц Г. В. Элементы универсальной характеристики / Г. В. Лейбниц // Лейбниц Г. В. Сочинения в 4-х т. – Т. 3. – С. 506-513.

1. Subbotin A. L. Logicheskie trudyi Leybnitsa [Leibniz's Logic Works] / A. L. Subbotin // Leybnits G. V. Sochineniya v 4-h t. [Leibniz. Essays in 4 volumes]. – T. 3. – S. 41-53. (In Russian).

2. Leybnits G. V. Ob universalnoy nauke ili filosofskom ischislenii [On the Universal Science and Philosophical Calculation] / G. V. Leybnits // Leybnits G. V. Sochineniya v 4-h t. [Leibniz. Essays in 4 volumes]. – T. 3. – S. 493-500. (In Russian).

3. Leybnits G. V. Vilgelma Patsidiya Leybnitsa Avrora…[Wilhelm Pacidius Leibniz's Aurora…] / G. V. Leybnits // Leybnits G. V. Sochineniya v 4-h t. [Leibniz. Essays in 4 volumes]. – T. 3. – S. 401-403. (In Russian).

4. Leybnits G. V. Nachala i obraztsyi vseobschey nauki [Basics and Patterns of the Universal Science] / G. V. Leybnits // Leybnits G. V. Sochineniya v 4-h t. [Leibniz. Essays in 4 volumes]. – T. 3. – S. 435-443. (In Russian).

5. Leybnits G. V. Istoriya idei universalnoy harakteristiki [History of the Idea of Universal Characteristics] / G. V. Leybnits // Leybnits G. V. Sochineniya v 4-h t. [Leibniz. Essays in 4 volumes]. – T. 3. – S. 412-418. (In Russian).

6. Leybnits G. V. Elementyi universalnoy harakteristiki [Elements of Universal Characteristics] / G. V. Leybnits // Leybnits G. V. Sochineniya v 4-h t. [Leibniz. Essays in 4 volumes]. – T. 3. – S. 506-513. (In Russian).

L.M. Shengerii, G.M. Boyko

G.W. LEIBNIZ: FROM PROVING OF LOGICAL RULES AND SCHEMES TO SYMBOLIC CALCULATION OF LOGIC

The article deals with the study of logic work of G.W. Leibniz in the context of establishment of interrelations of logic and mathematical knowledge towards logic mathematization. There have been defined essential characteristics of the scientist's ideas as to creation of mathematical logic. There has been shown that introduction of the mathematized knowledge to the sphere of logic contributes to transformation of logic into an evidential science. The analytical method acts as a primary method of argumentation. True necessary statements allow for the finished analytical schedule for equivalences in contrast to true contingent statements the schedule of which is endless. Mathematization of logic knowledge in works of G.W. Leibniz becomes possible through establishment of correspondence in the form of a function between simple categorical statements, their truth value and set of rational numbers.

There has been made a logic and mathematical reconstruction of calculation of simple categorical statements according to the unified classification. There has been given author's interpretation of formation of conditions of the truth of simple categorical statements according to the unified classification, which gives new opportunities in the sphere of study of mathematization of traditional and contemporary logic. On the basis of establishment of correspondence as a function between simple categorical statements, their truth value and the set of rational fractions there have been determined the following correspondences: ($SaP -$ true) $\leftrightarrow \; Char_P = 1$; ($SiP -$ true)

$$\leftrightarrow \left[\begin{array}{l} Char_S = 1 \\ Char_D = 1 \end{array}\right.; \; (SeP - \text{true}) \leftrightarrow \begin{cases} n' \neq 1 \\ m' \neq 1 \end{cases};$$

($SoP -$ true) $\leftrightarrow \; m' \neq 1$.

***Key words**: mathematization of logic, necessary and sufficient condition of statement truth, numerical characteristic of statement, numerical characteristic of the term of statement.*

Надійшла до редакції 16.10.2017 р.